

ВАРИАНТ 1

Время выполнения заданий – 120 минут.

Часть В

Задания В1 – В5

Дайте краткий ответ и внесите его в бланк ответов В справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки

В1 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , O – точка пересечения диагоналей AC и BD . Площадь треугольника BOC равна 4, площадь треугольника AOD равна 25. Найдите площадь трапеции.

В2 Найдите все трёхзначные числа, сумма цифр которых в 13 раз меньше самого числа. В ответе укажите сумму всех таких чисел.

В3 Найдите все целые значения числа a , при которых уравнение $ax - 1 = |5|x - 3| - 10|$ имеет четыре корня. В ответе укажите сумму найденных значений.

В4 Иван получил по электронной почте три письма, после прохождения процедуры проверки антивирусной программой, стало известно, что два письма заражены вирусом, а одно содержит очень ценную информацию, которая к счастью не заражена и не повреждена. В примечании к каждому письму антивирусной программой были сделаны пометки, но на их формирование повлияли сами вирусы, поэтому не более одной пометки из трех является истинной.

| | |
|----------|------------------------|
| Письмо 1 | Это письмо заражено |
| Письмо 2 | Это письмо не заражено |
| Письмо 3 | Письмо 2 заражено |

Какое письмо можно и нужно открыть, чтобы получить ценную информацию? В ответ поместите только номер письма.

В5 Дан автомат, у которого есть четыре лампочки: жёлтая, синяя, зелёная и красная, а также считывающий механизм, в который вставляется ленточка с текстом. Действия автомата подчиняются следующим правилам:

1. За один шаг с ленточки считывается только один символ, и автомат сразу смещается на следующий символ справа.
2. Работа автомата всегда начинается при зажженной жёлтой лампочке.
3. Если горит жёлтая лампочка и считан символ А, то загорается синяя лампочка, а предыдущая гаснет.
4. Если горит жёлтая лампочка и считан символ С, то загорается зелёная лампочка, а предыдущая гаснет.
5. Если горит синяя лампочка и считан символ В, то загорается жёлтая лампочка, а предыдущая гаснет.
6. Если горит зелёная лампочка и считан символ А, то загорается синяя лампочка, а предыдущая гаснет.
7. Если выше нет правила, описывающего, что делать при данной зажжённой лампочке и считанном символе, то загорается красная лампочка (предыдущая гаснет), и работа автомата завершается аварийно.
8. Считается, что слово, которое было записано на ленточке, распознано автоматом только в том случае, если: работа автомата завершена аварийно, все символы с ленточки считаны, горит зелёная лампочка.

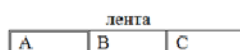
Лента закончилась, но горит не зеленая лампочка, поэтому слово АВ не распознано автоматом.

Ниже приведено пять слов. Выпишите в ответ без пробелов в порядке возрастания номера только тех слов, которые будут распознаны автоматом. Например, если распознаны слова с номерами 5, 1 и 3, то в ответ нужно записать число 135.

1. АВАВСАВС; 2. САВСАВ; 3. САВААС; 4. САВСАВАВС;
5. АВАВАВСАС

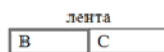
Пример 1.

| | |
|----------------|---------|
| красная | зелёная |
| АВТОМАТ | |
| жёлтая (горит) | синяя |



По правилу 3

| | |
|---------|---------------|
| красная | зелёная |
| АВТОМАТ | |
| желтая | синяя (горит) |



По правилу 5

| | |
|----------------|---------|
| красная | зелёная |
| АВТОМАТ | |
| жёлтая (горит) | синяя |



По правилу 4

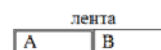
| | |
|---------|-----------------|
| красная | зелёная (горит) |
| АВТОМАТ | |
| жёлтая | синяя |



По правилу 8 слово АВС распознано автоматом.

Пример 2.

| | |
|----------------|---------|
| красная | зелёная |
| АВТОМАТ | |
| жёлтая (горит) | синяя |



По правилу 3

| | |
|---------|---------------|
| красная | зелёная |
| АВТОМАТ | |
| желтая | синяя (горит) |



По правилу 5

| | |
|----------------|---------|
| красная | зелёная |
| АВТОМАТ | |
| жёлтая (горит) | синяя |



ВАРИАНТ 1

Время выполнения заданий – 180 минут.

Часть В

Задания В1 – В8

Дайте краткий ответ и внесите его в бланк ответов В справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки

В1 Найдите сумму всех несократимых дробей, имеющих знаменатель 7 и расположенных между числами 9 и 27.

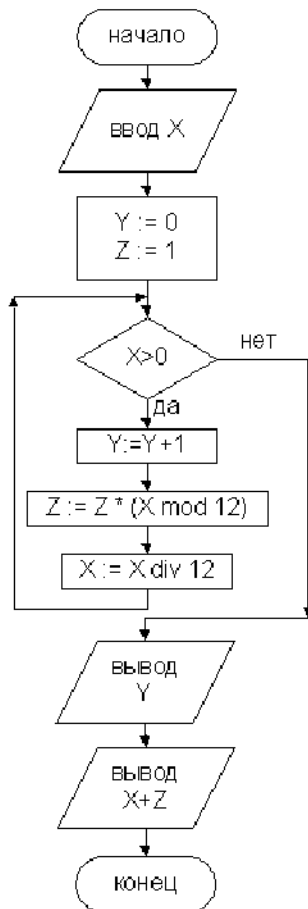
В2 Известно, что натуральное число N даёт при делении на 2013 и 2014 один и тот же остаток 137. Найдите остаток от деления числа N на 57.

В3 В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AD и BC взяты точки K , N , соответственно, так что K – середина AD , а $CN : ND = 1 : 2$. Прямые BN и CK пересекаются в точке O . Во сколько раз BO больше, чем ON ?

В4 Ученик Коля учился в 10-м классе без двоек по математике, при этом его средний годовой балл по этому предмету составил 4,2. Если бы у Коли было троек столько, сколько он получил пятёрок, четвёрок столько, сколько он получил троек, а пятёрок столько, сколько он получил четвёрок, то его средний годовой балл составил бы 4,25. Сколько у Коли было четвёрок, если всего за год он получил не более 110 оценок?

В5 Найдите все целые значения числа a , при которых уравнение $ax - 4 = |x^2 - 14x + 13|$ имеет ровно три корня. В ответе укажите сумму найденных значений.

В6 Ниже приведена блок-схема алгоритма обработки вводимого целого числа X . Какое максимальное целое число необходимо ввести, чтобы было выдано 3, а потом 48?



B7 Один из самых распространенных способов представления вещественных чисел в компьютере – это числа с плавающей запятой. Для их формирования используется нормализованная форма числа. Например, в десятичной системе счисления число f представляется в виде $f = M \cdot 10^n$, где $0 \leq M < 10$ – мантисса, а n – порядок.

Рассмотрим представление плавающих чисел с одинарной точностью в памяти компьютера. Оно имеет следующие особенности.

1. Используется двоичная система счисления.
2. Для нормализованного числа первая цифра мантиссы для всех ненулевых чисел равна 1, поэтому её пропускают.
3. Для хранения числа отводится 32 бита, т.е. 4 байта.
4. Старший (левый) бит хранит знак числа: 0 – для неотрицательных и 1 – для отрицательных.
5. Следующие восемь бит предназначены для хранения порядка. При этом к истинному порядку прибавляется смещение 127. (Тогда проще организовать сравнение плавающих чисел на “больше-меньше”.)
6. В оставшихся 23-х битах хранится мантисса (без ведущей единицы, которая носит название “скрытый бит”).

Пример 1. Представить 104_{10} в формате с одинарной точностью.

Нормализованное представление: $104_{10} = 1101000_2 = 1,101_2 \cdot 2^6$.

Мантисса без “скрытого бита”: 101. Смещённый порядок: $127+6 = 133_{10} = 10000101_2$.

Знаковый бит: 0.

| | Порядок | | Мантисса | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 1000010 | 1 | 1010000 | 00000000 | 00000000 |
| | 1-й байт | 2-й байт | 3-й байт | 4-й байт | |

В 16-ричном виде: 42D00000

Пример 2. Представить $-0,1875_{10}$ в формате с одинарной точностью.

Знаковый бит: 1. Нормализованное представление абсолютной величины: $0,1875_{10} = 0,0011_2 = 1,1_2 \cdot 2^{-3}$. Смещённый порядок: $127 - 3 = 124_{10} = 1111100_2$.

| | Порядок | | Мантисса | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 0111110 | 0 | 1000000 | 00000000 | 00000000 |
| | 1-й байт | 2-й байт | 3-й байт | 4-й байт | |

В 16-ричном виде: BE400000

Ниже приведены 16-ричные записи представлений с одинарной точностью пяти вещественных чисел. Определите наибольшее среди них и запишите в качестве ответа его десятичное представление с шестью знаками после запятой (например 112,500000).

3F760000; 43F60800; 44760800; BFEC0000; 446C0800.

B8 Дан массив целых чисел $N \times N$. Массив заполняется по алгоритму, приведенному ниже. Полученная матрица содержит в себе хорошо известный математический объект. Если Вам известны его свойства, то Вы очень быстро ответите на вопрос (а можно и просто посчитать): чему равна сумма элементов на главной диагонали матрицы размерностью 7×7 . Замечание: элементы главной диагонали матрицы – это элементы, номер столбца и номер строки которых совпадают.

| Паскаль | Си | Бейсик |
|---|---|--|
| <pre> for i:=1 to n do for j:=1 to n do a[i,j]:=0; a[1,n]:=1; for i:=2 to n do for j:=n downto 1 do a[i,j]:=a[i-1,j] +a[i-1,j mod n +1]; </pre> | <pre> for (i=0;i<n;i++) for (j=0;j<n;j++) a[i][j]=0; a[0][n-1]=1; for (i=1;i<n;i++) for (j=n-1;j>=0;j--) a[i][j]=a[i-1][j]+ a[i-1][(j+1)%n]; </pre> | <pre> For i = 1 To n For j = 1 To n a(i, j) = 0 Next j Next i a(1, n) = 1 For i = 2 To n For j = n To 1 Step -1 a(i, j) = a(i - 1, j) _ + a(i - 1, j Mod n + 1) Next j Next i </pre> |

ВАРИАНТ 1

Время выполнения заданий – 180 минут.

Часть В

Задания В1 – В8

Дайте краткий ответ и внесите его в бланк ответов В справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки

В1 Сколько натуральных чисел $n \leq 2014$ удовлетворяет равенству $\left[\frac{n}{2}\right] = \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{6}\right]$, где $[x]$ – целая часть числа x , т.е. наибольшее целое число, не превосходящее x ?

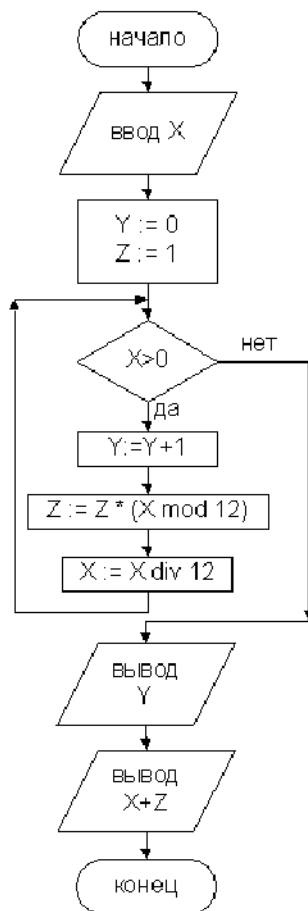
В2 Найдите все трёхзначные числа, которые при отбрасывании у них средней цифры в их десятичной записи уменьшаются в 13 раз. В ответе укажите сумму всех таких чисел.

В3 Площадь треугольника ABC равна 3. На лучах AB , BC , CA взяты точки A' , B' , C' , соответственно, так что $AA' = 2AB$, $BB' = 5BC$, $CC' = 7CA$. Найдите площадь треугольника $A'B'C'$.

В4 Найдите все целые числа n , для которых $\frac{13n+12}{4n+1}$ является целым числом. В ответе укажите сумму всех таких чисел.

В5 Найдите количество целых значений числа a , при которых уравнение $\sqrt{6-x} + 2\sqrt{x-1} = a$ имеет единственное решение.

В6 Ниже приведена блок-схема алгоритма обработки вводимого целого числа X . Какое максимальное целое число необходимо ввести, чтобы было выдано 3, а потом 48?



В7 Один из самых распространенных способов представления вещественных чисел в компьютере – это числа с плавающей запятой. Для их формирования используется нормализованная форма числа. Например, в десятичной системе счисления число f представляется в виде $f = M \cdot 10^n$, где $0 \leq M < 10$ – мантисса, а n – порядок.

Рассмотрим представление плавающих чисел с одинарной точностью в памяти компьютера. Оно имеет следующие особенности.

1. Используется двоичная система счисления.
2. Для нормализованного числа первая цифра мантиссы для всех ненулевых чисел равна 1, поэтому её пропускают.
3. Для хранения числа отводится 32 бита, т.е. 4 байта.
4. Старший (левый) бит хранит знак числа: 0 – для неотрицательных и 1 – для отрицательных.
5. Следующие восемь бит предназначены для хранения порядка. При этом к истинному порядку прибавляется смещение 127. (Тогда проще организовать сравнение плавающих чисел на “больше-меньше”).
6. В оставшихся 23-х битах хранится мантисса (без ведущей единицы, которая носит название “скрытый бит”).

Пример 1. Представить 104_{10} в формате с одинарной точностью.

Нормализованное представление: $104_{10} = 1101000_2 = 1,101_2 \cdot 2^6$.

Мантисса без “скрытого бита”: 101. Смещённый порядок: $127+6 = 133_{10} = 10000101_2$. Знаковый бит: 0.

| | Порядок | | Мантисса | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 1000010 | 1 | 1010000 | 00000000 | 00000000 |
| | 1-й байт | 2-й байт | 3-й байт | 4-й байт | |

В 16-ричном виде: 42D00000

Пример 2. Представить $-0,1875_{10}$ в формате с одинарной точностью.

Знаковый бит: 1. Нормализованное представление абсолютной величины: $0,1875_{10} = 0,0011_2 = 1,1_2 \cdot 2^{-3}$. Смещённый порядок: $127 - 3 = 124_{10} = 1111100_2$.

| | Порядок | | Мантисса | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 0111110 | 0 | 1000000 | 00000000 | 00000000 |
| | 1-й байт | 2-й байт | 3-й байт | 4-й байт | |

В 16-ричном виде: BE400000

Ниже приведены 16-ричные записи представлений с одинарной точностью пяти вещественных чисел. Определите наибольшее среди них и запишите в качестве ответа его десятичное представление с шестью знаками после запятой (например 112,500000).

3F760000; 43F60800; 44760800; BFEC0000; 446C0800.

B8 Дан массив целых чисел $N \times N$. Массив заполняется по алгоритму, приведенному ниже. Полученная матрица содержит в себе хорошо известный математический объект. Если Вам известны его свойства, то Вы очень быстро ответите на вопрос (а можно и просто посчитать): чему равна сумма элементов на главной диагонали матрицы размерностью 7×7 . Замечание: элементы главной диагонали матрицы – это элементы, номер столбца и номер строки которых совпадают.

| Паскаль | Си | Бейсик |
|---|---|--|
| <pre> for i:=1 to n do for j:=1 to n do a[i,j]:=0; a[1,n]:=1; for i:=2 to n do for j:=n downto 1 do a[i,j]:=a[i-1,j] +a[i-1,j mod n +1]; </pre> | <pre> for (i=0;i<n;i++) for (j=0;j<n;j++) a[i][j]=0; a[0][n-1]=1; for (i=1;i<n;i++) for (j=n-1;j>=0;j--) a[i][j]=a[i-1][j]+ a[i-1][(j+1)%n]; </pre> | <pre> For i = 1 To n For j = 1 To n a(i, j) = 0 Next j Next i a(1, n) = 1 For i = 2 To n For j = n To 1 Step -1 a(i, j) = a(i - 1, j) _ + a(i - 1, j Mod n + 1) Next j Next i </pre> |